

Trigonométrie : CORRECTIONS

Problèmes

Liste des aides :

Exercice 1 :

- 1) Utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle BCD
- 2) - Utiliser la trigonométrie dans le triangle rectangle BCD.
 - Utiliser la tangente
- 3) - Utiliser la trigonométrie dans le triangle rectangle ABC.
- 4) – Utiliser le triangle DOC : quelle est sa nature
 - Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DCA}$
 - Dans un triangle la somme des angles est égale à 180°

Exercice 2 :

Ordre possible :

- Calculer BC. Puis calculer les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BCA}$ (tout cela en se plaçant dans le triangle rectangle ABC)
- Se placer dans le triangle rectangle DEC pour calculer les autres éléments manquants.
- Dans cet exercice utilisation du théorème de Pythagore et de la trigonométrie

Exercice 1 – correction :

- 1) Dans le triangle rectangle ABD (on peut aussi le faire avec ABC) on applique le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} BD^2 &= AD^2 + AB^2 \\ BD^2 &= 5^2 + 10^2 \\ BD^2 &= 125 \\ BD &= \sqrt{125} \approx 11,2 \end{aligned}$$

[BD] mesure environ 11,2 cm.

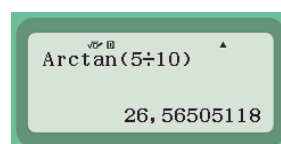
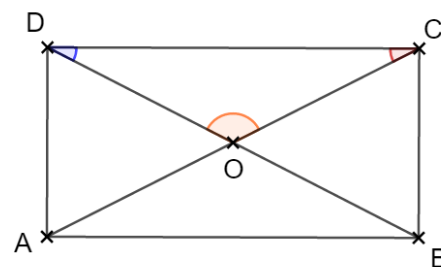
- 2) Dans le triangle rectangle BDC :

- On cherche l'angle $\widehat{BDC}$
- On connaît [BC] **côté opposé** à $\widehat{BDC}$ et on connaît [DC] **côté adjacent** à $\widehat{BDC}$

Donc on utilise la **tangente** :

$$\begin{aligned} \tan \widehat{BDC} &= \frac{BC}{DC} \\ \tan \widehat{BDC} &= \frac{5}{10} \\ \widehat{BDC} &\approx 27 \end{aligned}$$

L'angle $\widehat{BDC}$ mesure environ 27° .



- 3) Dans le triangle rectangle BCA :

- On cherche l'angle $\widehat{BCA}$
- On connaît [AB] **côté opposé** à $\widehat{BCA}$ et on connaît [BC] **côté adjacent** à $\widehat{BCA}$

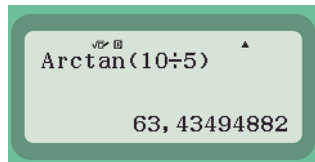
Donc on utilise la **tangente** :

$$\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{BCA} = \frac{10}{5}$$

$$\widehat{BCA} \approx 63$$

L'angle $\widehat{BCA}$ mesure environ 63° .



4) L'angle $\widehat{BCD}$ est un angle droit, il mesure 90°

$$\text{Donc } \widehat{BCA} + \widehat{ACD} = 90$$

$$63 + \widehat{ACD} = 90$$

$$\text{D'où } \widehat{ACD} = 90 - 63 = 27$$

L'angle $\widehat{ACD}$ mesure 27° (l'angle $\widehat{ACD}$ et $\widehat{DCO}$ sont les mêmes)

Dans le triangle ODC la somme des angles est égale à 180° donc

$$\widehat{DOC} + \widehat{DCO} + \widehat{ODC} = 180$$

$$\widehat{DOC} + 27 + 27 = 180$$

$$\widehat{DOC} = 180 - 54 = 126$$

L'angle $\widehat{DOC}$ mesure 126° .

Exercice 2 :

On donne la figure ci-contre avec les informations suivantes :

[AC] mesure 10 cm, [AB] mesure 6,5 cm

et [DC] mesure 4 cm.

1) Calcul de BC :

Dans le triangle rectangle ABC on utilise le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

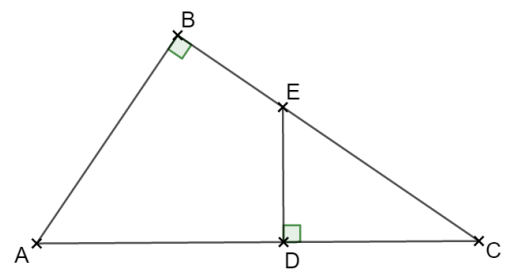
$$10^2 = 6,5^2 + BC^2$$

$$100 = 42,25 + BC^2$$

$$BC^2 = 100 - 42,25 = 57,75$$

$$BC = \sqrt{57,75} \approx 7,6$$

[BC] mesure environ 7,6 cm.



2) Calcul de $\widehat{BAC}$

Dans le triangle rectangle BAC :

- On cherche l'angle $\widehat{BAC}$

- On connaît [BA] **côté adjacent** à l'angle $\widehat{BAC}$ et on connaît [AC] **hypoténuse**.

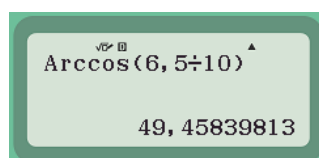
On utilise le cosinus :

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{6,5}{10}$$

$$\widehat{BAC} \approx 49$$

L'angle $\widehat{BAC}$ mesure environ 49° .



3) Calcul de $\widehat{BCA}$

Dans le triangle ABC la somme des angles est égale à 180° donc :

$$\widehat{BCA} = 180 - 90 - 49 = 41$$

L'angle $\widehat{BCA}$ mesure environ 41° .

4) On se place maintenant dans le triangle rectangle DEC :

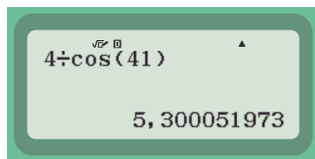
On connaît $DC = 4$ cm et $\widehat{DCE} = \widehat{BCA} = 41$

En utilisant **cosinus** on a :

$$\cos \widehat{DCE} = \frac{DC}{EC}$$

$$\cos 41 = \frac{4}{EC}$$

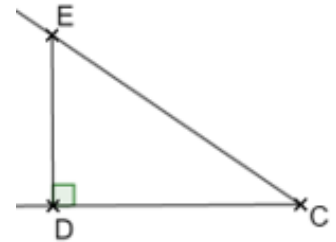
$$EC = \frac{4 \times 1}{\cos 41}$$



4 ÷ cos(41)
5,300051973

$$EC \approx 5,3$$

[EC] mesure environ 5,3 cm.



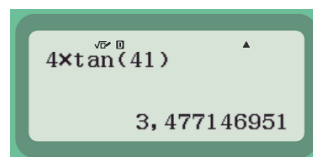
En utilisant **tangente** on a :

$$\tan \widehat{DCE} = \frac{DE}{DC}$$

$$\tan 41 = \frac{DE}{4}$$

$$DE = 4 \times \tan 41$$

$$DE \approx 3,5$$



4 × tan(41)
3,477146951

[DE] mesure environ 3,5 cm.

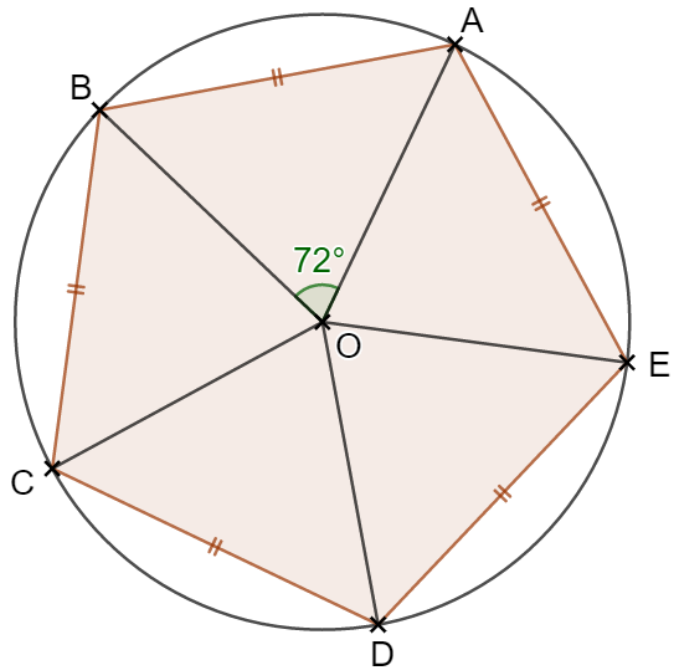
Dans le triangle DEC, la somme des angles est égale à 180° donc :

$$\widehat{DEC} = 180 - 90 - 41 = 49$$

L'angle $\widehat{DEC}$ mesure 49° .

Exercice 3 :

1) Construction en vraie grandeur :



Démarche pour déterminer la longueur AB :

1) Le triangle AOB est isocèle en O car [OA] et [OB] sont deux rayons du cercle.

2) [OG] est la hauteur issue de O dans le triangle OAB. Comme ce triangle est isocèle en O, cette droite (OG) est également la bissectrice de l'angle $\widehat{BOA}$.

3) Comme la droite (OG) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BOA}$ cela signifie qu'elle partage l'angle en deux angles égaux.
Donc $\widehat{BOG} = \widehat{AOG} = 72 \div 2 = 36$

4) Dans le triangle rectangle AOG :

- On connaît l'angle $\widehat{AOG}$
- On connaît [OA] : **hypoténuse**
- On cherche [AG] : **côté opposé** à l'angle $\widehat{AOG}$

On utilise **sinus** :

$$\sin \widehat{AOG} = \frac{AG}{AO}$$

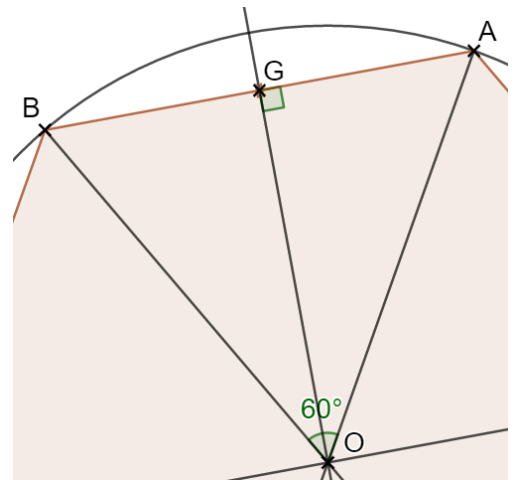
$$\sin 36 = \frac{AG}{4}$$

$$AG = 4 \times \sin 36$$



$$AG \approx 2,35$$

[AG] mesure environ 2,35 cm.



5) Les triangles AOG et BOG sont symétriques par rapport à la droite (OG). Ce sont deux triangles égaux.
On a $AG = BG$ donc $BG = 2,35$

On en déduit que $AB = 2 \times 2,35 = 4,7$

6) Ce pentagone est régulier. (Tous les triangles tracés sont égaux). Les côtés de ce pentagone sont égaux.

$$P = 5 \times 4,7 = 23,5$$

Le périmètre de ce pentagone de rayon 4 cm est de 23,5 cm.