

Problème d'optimisation en géométrie dans l'espace

Exercice 1 : (Adapté DNB 2020 Nouvelle Calédonie)

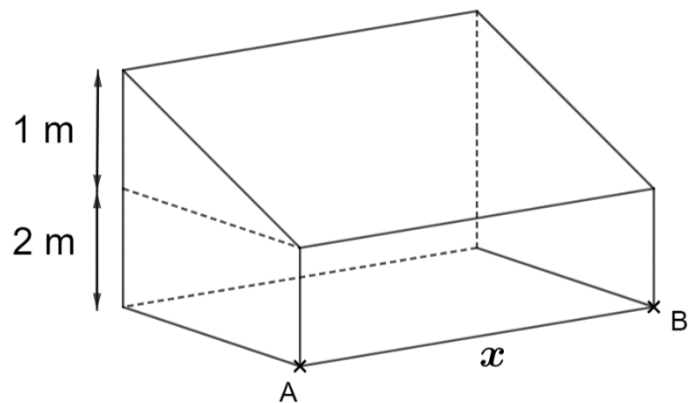
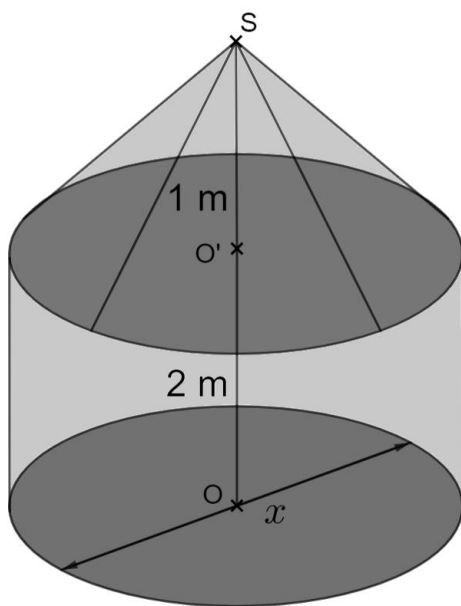
Nolan souhaite construire une habitation. Il hésite entre une case et une maison en forme de prisme droit.

Les dimensions sont données sur les figures suivantes.

$x$  représente à la fois le diamètre de la case et la longueur AB du prisme droit.

La case est représentée par un cylindre droit d'axe  $(OO')$  surmontée d'un cône de révolution de sommet S.

La maison est représentée par un prisme droit.



**PARTIE 1 :**

Dans cette partie, on considère que  $x = 6\text{ m}$ .

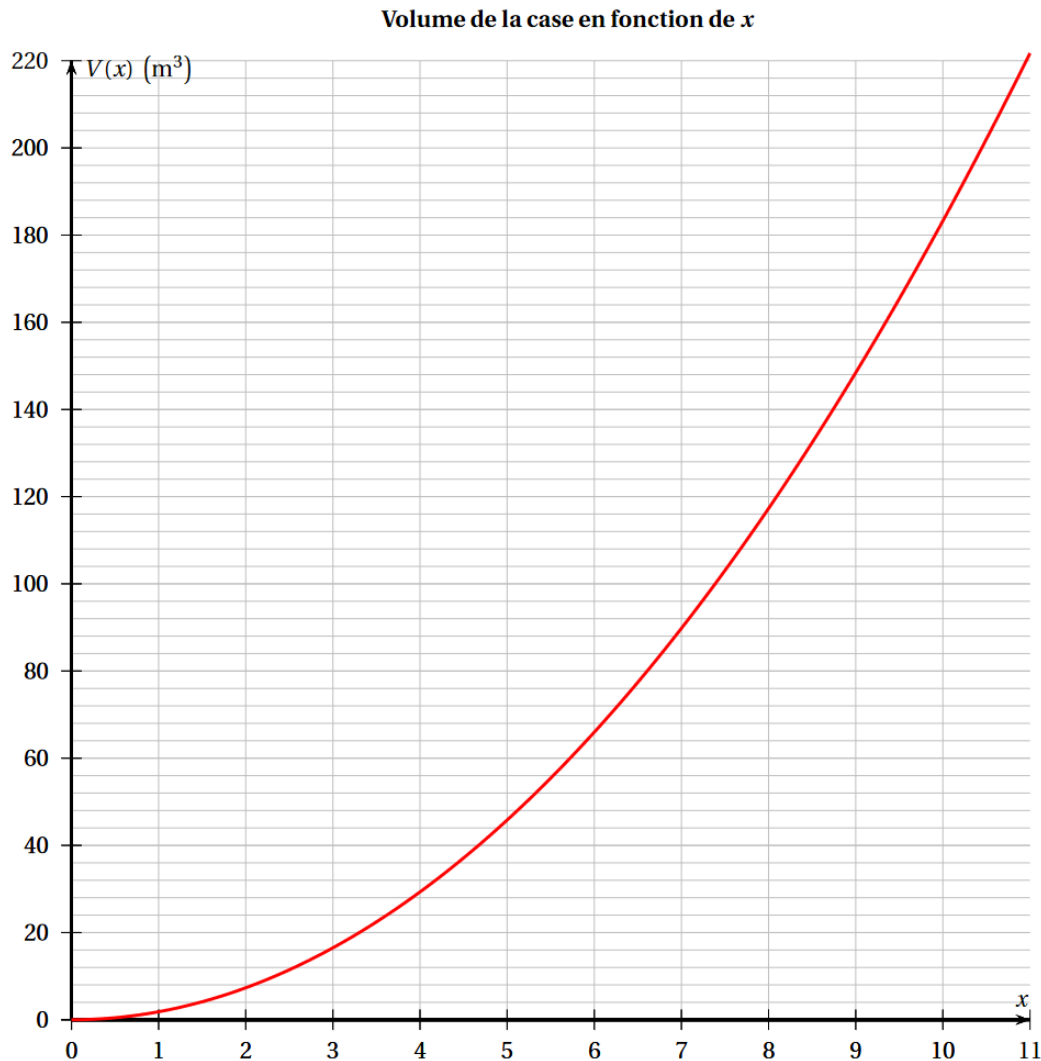
- 1) **Calcule** le volume de la partie cylindrique de la case. Arrondir à l'unité.
- 2) **Calcule** le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.
- 3) **Calcule** le volume total de la case. Arrondir à l'unité.
- 4) **Calcule** le volume exact de la maison.

Partie 2 page suivante.

## **PARTIE 2 :**

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en  $m^3$ .

Dans le repère ci-dessous, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre  $x$ .



- 1) Par lecture graphique, **donne** une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre. (Trace des pointillés permettant la lecture).
- 2) La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par :  
 $V(x) = 12,5x$ .  
**Calcule** l'image de 8 par la fonction  $V$ .
- 3) **Calcule** l'antécédent de 180 par la fonction  $V$ .
- 4) Quelle est la nature de la fonction  $V$  ?
- 5) Sur le graphique ci-dessus, **trace** la représentation graphique de la fonction  $V$ .
- 6) Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de  $x$  est de 6 m. Nolan souhaite choisir la construction qui lui offre le plus grand volume.  
Quelle construction devra-t-il choisir ? Justifier.